答案详解（第37～40期）

主编 王 静 终审 李双孝
责编 陈记梅 照排 仇晓凤

5.2 二项式系数的性质

1.A. 2.C. 3.C.

4.A. 5.A.

6.$2n-1$. 7.6.

8.$T_5=560x^2$.

9.(1)$a=-1$;(2)$80x$和$\frac{40}{x}$.

同步分层能力测试题（四）

基础练

一、选择题

1~6.DACBCB.

提示：

1.由题意知，$T_{k+1}=C_{10}^k\cdot(\sqrt{x})^{10-k}\cdot(\frac{1}{x})^k=C_{10}^k\cdot x^{\frac{10-k}{2}-k}=C_{10}^k\cdot x^{\frac{10-3k}{2}}$.

要使x的幂指数是整数，则$10-3k$必须是2的倍数，故当$k=0,2,4,6,8,10$时满足条件，即x的幂指数是整数的项共有6项.故选D.

2.根据题意得$C_n^2=C_n^7$，故$C_n^2=C_n^{n-7}$，$\therefore n-7=2$，$\therefore n=9$，故二项展开式的中间项是第5项和第6项.

故选A.

3.令$x=1$，解得$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=(\sqrt{2}+1)^{10}$，

令$x=-1$，解得$a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_9+a_{10}=(\sqrt{2}-1)^{10}$，

又$(a_0+a_2+\cdots+a_{10})^2-(a_1+a_3+\cdots+a_9)^2$

$=(a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10})(a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_9+a_{10})=(\sqrt{2}+1)^{10}(\sqrt{2}-1)^{10}=1$.

4.$\because(1+\sqrt{3})^3=C_3^0(\sqrt{3})^0+C_3^1\sqrt{3}+C_3^2(\sqrt{3})^2+C_3^3\cdot(\sqrt{3})^3=1+3\sqrt{3}+9+3\sqrt{3}=10+6\sqrt{3}$，

$\therefore a=10,b=6,\therefore a-b=4$.

5.$C_n^1x+C_n^2x^2+\cdots+C_n^nx^n=(1+x)^n-1$，分别将选项A，B，C，D代入检验知，仅C适合.

故选C.

6.$(2x+\frac{1}{x}+a)(1-x)^4$的展开式中$x^3$项为$2x\cdot C_4^2(-x)^2+\frac{1}{x}(-x)^4+aC_4^3(-x)^3$，即为$(13-4a)x^3$，由条件知$13-4a=5$，则$a=2$. 于是$\int_0^a\sqrt{2ax-x^2}\,dx=\int_0^2\sqrt{4x-x^2}\,dx$，被积函数$y=\sqrt{4x-x^2}$的图像、$x$轴、$x=0$，$x=2$围成的图形是以(2，0)为圆心，以2为半径的圆的$\frac{1}{4}$，利用定积分的几何意义可得$\int_0^2\sqrt{4x-x^2}\,dx=\frac{1}{4}\times\pi\times2^2=\pi$.选B.

二、填空题

7.-120； 8.2.

提示：

7.由$T_{r+1}=C_{10}^rx^{10-r}(-y)^r=(-1)^rC_{10}^rx^{10-r}y^r$，得$x^3y^7$的系数为$(-1)^7C_{10}^7=-120$.

8.对于$T_{r+1}=C_6^rx^{6-r}(-ax^{-\frac{1}{2}})^r=C_6^r(-a)^r\cdot x^{6-\frac{3}{2}r}$，得$B=C_6^4(-a)^4$，$A=C_6^2(-a)^2$.$\because B=4A$，$a>0$，$\therefore a=2$.

三、解答题

9.解：由题设知$C_n^{n-2}=45$，即$C_n^2=45$，所以$n=10$，即$T_{r+1}=C_{10}^r\cdot(x^{-\frac{1}{4}})^{10-r}\cdot(x^{\frac{2}{3}})^r=C_{10}^rx^{\frac{11r-30}{12}}$.

(1)令$\frac{11r-30}{12}=3$，得$r=6$，则含x^3的项为$T_7=C_{10}^6x^3=C_{10}^4x^3=210x^3$.

(2)由(1)可得系数最大的项为中间项，即$T_6=C_{10}^5x^{\frac{55-30}{12}}=252x^{\frac{25}{12}}$.

10.证明：$3^{2n+2}-8n-9=9^{n+1}-8n-9=(1+8)^{n+1}-8n-9=1+C_{n+1}^18+C_{n+1}^28^2+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n+1}-8n-9=C_{n+1}^28^2+C_{n+1}^38^3+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n+1}=8^2\cdot(C_{n+1}^2+8C_{n+1}^3+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n-1})$.

$\because C_{n+1}^2+8C_{n+1}^3+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n-1}$是整数，$\therefore 3^{2n+2}-8n-9$能被64整除.

11.解：(1)由$A_n^5=56C_n^7$，得$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)=56\cdot\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}$，即$(n-5)(n-6)=90$，解得$n=15$，或$n=-4$（舍去），

$\therefore n=15$.

(2)当$n=15$时，由已知有$(1-2x)^{15}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{15}x^{15}$.

令$x=1$，得$a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=-1$，

令$x=0$，得$a_0=1$，$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=-2$.

12.解：假设$(x+x^{-1})^n$与$(x+x^{-1})^{n+1}$的展开式中同时存在常数项，且分别为第$r+1$和第$t+1$项，其中$r,t\in\mathbf{N}_+$，则通项为$C_n^rx^{n-r}\cdot x^{-r}$与$C_{n+1}^tx^{n+1-t}\cdot x^{-t}$，于是有$\begin{cases}n-r-r=0,\\n+1-t-t=0,\end{cases}$即$\begin{cases}n=2r,\\n=2t-1,\end{cases}$

$\therefore 2r=2t-1$（$*$）.

$\because n,r,t\in\mathbf{N}_+$，$\therefore 2r$为正偶数，$2t-1$为正奇数，与（$*$）式矛盾，故$(x+x^{-1})^n$与$(x+x^{-1})^{n+1}$（其中$n\in\mathbf{N}_+$）的展开式中不能同时存在常数项.

提升练

一、选择题

1~6.CADAAA.

提示：

1.根据题意，该二项式的展开式的二项式系数之和为32，

则有$2^n=32$，可得$n=5$.

由$T_{r+1}=C_5^rx^{2(5-r)}\cdot x^{-r}=C_5^rx^{10-3r}$，

令$10-3r=1$，解得$r=3$，

所以展开式中含x项的系数是$C_5^3=10$.

故选C.

2.展开式的通项公式为$T_{t+1}=C_5^tx^{5-t}(-2y)^t=(-2)^tC_5^tx^{5-t}y^t$，

$\because kx^my^n$（k是实常数）是二项式$(x-2y)^5$的展开式中的一项，$\therefore m+n=5$.又$m=n+1$，$\therefore$得$m=3$，$n=2$，则$t=n=2$，则$k=(-2)^tC_5^t=2^2C_5^2=4\times10=40$.故选A.

3.$(1+2x)^8(1+\frac{y}{4})^4$的展开式中$x^2y^2$项的系数是$C_8^2\cdot2^2\cdot C_4^2\cdot(\frac{1}{4})^2=42$.选D.

4.$a=C_8^4=70$，设$b=C_8^r2^r$，则$\begin{cases}C_8^r2^r\geqslant C_8^{r-1}2^{r-1},\\C_8^r2^r\geqslant C_8^{r+1}2^{r+1},\end{cases}$

得$5\leqslant r\leqslant6$，所以$b=C_8^62^6=C_8^22^6=7\times2^8$，所以$\frac{b}{a}=\frac{128}{5}$.

故选A.

5.对等式两边进行求导，得$2\times5(2x-3)^4=a_1+2a_2x+3a_3x^2+4a_4x^3+5a_5x^4$，

令$x=1$，得$10=a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5$.又$a_0=(-3)^5=-243$，$\therefore a_0+a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5=-243+10=-233$.故选A.

6.由题意，二项式$(x+a)^{15}=a_0+a_1(1-x)+a_2(1-x)^2+\cdots+a_{15}(1-x)^{15}$，

又$(x+a)^{15}=-[-(a+1)+(1-x)]^{15}$，所以$-[-(a+1)+(1-x)]^{15}=a_0+a_1(1-x)+a_2(1-x)^2+\cdots+a_{15}(1-x)^{15}$，其中$a>0$，由$a_{13}=-945$，可得$a_{13}=-C_{15}^{13}\cdot[-(a+1)]^2=-945$，即$-105(a+1)^2=-945$，即$(a+1)^2=9$，解得$a=2$.故选A.

二、填空题

7.5； 8.$\frac{1}{3}$.

提示：

7.令$x=2$，得$-5=a_0$；令$x=3$，得$0=a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{11}$，所以$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{11}=-a_0=5$.

8.由$\begin{cases}a_1=3,\\a_2=4,\end{cases}$得$\begin{cases}C_n^1a=3,\\C_n^2a^2=4,\end{cases}$解得$a=\frac{1}{3}$.

三、解答题

9.解：依题意，可得$2^n=1024$，解得$n=10$，$T_{r+1}=C_{10}^r(-1)^r\cdot(\sqrt{x})^{10-r}(\sqrt[3]{x})^r=(-1)^rC_{10}^r\cdot x^{5-\frac{r}{6}}$（$r=0,1,2,\cdots,10$）.

因为$5-\frac{r}{6}\in\mathbf{Z}$，所以$r=0$或6.

所以展开式中的所有有理项为$T_1=C_{10}^0x^5=x^5$，$T_7=C_{10}^6x^4=210x^4$.

10.解：(1)$a_1C_2^0-a_2C_2^1+a_3C_2^2=a_1-2a_1q+a_1q^2=a_1(1-q)^2$；

$a_1C_3^0-a_2C_3^1+a_3C_3^2-a_4C_3^3=a_1-3a_1q+3a_1q^2-a_1q^3=a_1(1-q)^3$.

(2)归纳概括的结论为：若数列$\{a_n\}$是首项为a_1，公比为q的等比数列，则$a_1C_n^0-a_2C_n^1+a_3C_n^2-a_4C_n^3+\cdots+(-1)^na_{n+1}C_n^n=a_1(1-q)^n$，$n\in\mathbf{N}_+$.证明如下：

$a_1C_n^0-a_2C_n^1+a_3C_n^2-a_4C_n^3+\cdots+(-1)^na_{n+1}C_n^n$

$=a_1C_n^0-a_1qC_n^1+a_1q^2C_n^2-a_1q^3C_n^3+\cdots+(-1)^na_1q^nC_n^n$

$=a_1[C_n^0-qC_n^1+q^2C_n^2-q^3C_n^3+\cdots+(-1)^nq^nC_n^n]$

$=a_1(1-q)^n$.

❖印刷/河南鑫泽印刷有限责任公司 地址/郑州市马寨工业园先锋路3号 ❖本报四开四版 ❖订阅/全国各地邮局（所） ❖本期定价 1.25元

学习报®
高中数学
全国教辅类一级报纸
北师大（理科）
选修2-3
2019-2020
第37~40期
教师用报指南
2020年4月1日
http://www.xuexibao.com
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F)

第37期《堂堂清》参考答案

1.1 分类加法计数原理

1.C. 2.D. 3.C. 4.A.

5.D. 6.A. 7.9.

8.解：由题意，要使得点在平面直角坐标系中位于第一、二象限内，对于集合M中的元素作为点的横坐标，N中的元素作点的纵坐标，在第一象限的点共有$1\times2=2$个；在第二象限的点共有$1\times2=2$个.由分类加法计数原理可得点的个数为$2+2=4$个.

9.解：分两类，有一条公共边的三角形共有$8\times4=32$个；有两条公共边的三角形共有8个，故共有$32+8=40$（个）.

1.2 分步乘法计数原理

1.B. 2.C. 3.C. 4.C. 5.A. 6.B. 7.C. 8.D.

9.(1)1024种；(2)5^4种.

10.(1)34种；(2)5040种；(3)431种.

同步分层能力测试题（一）

基础练

一、选择题

1~6.ABACBB.

提示：

1.每位数都有3种可能取法，即共3^4个.

故选A.

2.分步来完成此事.第1张有10种分法；第2张有9种分法；第3张有8种分法，共有$10\times9\times8=720$种分法.故选B.

3.由于每班每项限报1人，故当前面的学生选了某项之后，后面的学生不能再报，由分步乘法计数原理可知共有$4\times3\times2=24$种不同的参赛方法.

故选A.

4.第一步：甲从七张卡片中随机抽出一张，抽到的不同取值为1,2,3,4，共4种情况；第二步：乙从七张卡片中随机抽出一张，抽到的不同取值为1,2,3,4，共4种情况；第三步：丙从七张卡片中随机抽出一张，抽到的不同取值为1,2,3,4，共4种情况.因此，这样组成的三位数的个数为$4\times4\times4=64$.故选C.

5.分两类，第一类，从甲到乙再到丁，共有$2\times3=6$种；第二类，从甲到丙再到丁，共有$4\times2=8$种，根据分类加法计数原理可得，共有$6+8=14$种，故从甲地到丁地共有14条不同的路线.

故选B.

6.因为所有数的和为$\frac{9\times(1+9)}{2}=45$，$\frac{45}{3}=15$，所以每行每列，以及对角线的和都是15，采用列举法：492，357，816；276，951，438；294，753，618；4 38，951，276；816，357，492；618，753，294；672，159，834；834，159，672.共8种方法.

故选B.

二、填空题

7.216； 8.8.

提示：

7.根据分步乘法计数原理获得冠军的可能性有$6\times6\times6=216$.

8.分两步：第1步，选样式有4种；第2步，选颜色有2种，根据分步乘法计数原理可得共有$4\times2=8$种.

三、解答题

9.解：分两类情况：

幸运之星在甲箱中抽，先确定幸运之星，再在两箱中各确定一名幸运伙伴有$30\times29\times20=17400$种结果；

幸运之星在乙箱中抽，有$20\times19\times30=11400$种结果.

因此共有不同结果$17400+11400=28800$种.

10.解：(1)第1类，从第1个袋子中任取1个黑色小球，有5种不同的取法；第2类，从第2个袋子中任取1个红色小球，有4种不同的取法；第3类，从第3个袋子中任取1个白色小球，有6种不同的取法；第4类，从第4个袋子中任取1个黄色小球，有5种不同的取法.其中，从这4个袋子的任意1个袋子中取1个小球都能独立地完成“任取1个小球”这件事，根据分类加法计数原理，不同的取法共有20种.

(2)由题意知本题是一个分类计数问题，解决问题分成两类，一是可以用综合法证明，有5种不同的选法；一是可以用分析法证明，有9种不同的选法，根据分类加法计数原理知，共有$5+9=14$种不同的选法.

11.解：(1)第1步，涂A有5种；第2步，涂B（与A不同）有4种；第3步，涂C（与A，B不同）有3种；第4步，涂D（与B，C不同可与A同）有3种.

故不同颜色的涂法共有$5\times4\times3\times3=180$种.

(2)不同颜色的涂法共有$5\times4\times3\times3\times3=540$种.

12.解：(1)任取一封信，不论从哪个口袋里取，都能单独完成这件事，因此是两类办法.用分类加法计数原理可知共有$5+4=9$（种）.

(2)各取一封信，不论从哪个口袋中取，都不能算完成了这件事，因此应分两个步骤完成.由分步乘法计数原理可知共有$5\times4=20$（种）.

(3)第一封信投入邮筒有4种可能，第二封信仍有4种可能……第九封信还有4种可能. 由分步乘法计数原理可知，共有4^9种不同的投法.

提升练

一、选择题

1~6.DBADAA.

提示：

1.小朋友甲不在中间的站法种数为$4\times4\times3\times2\times1=96$.

故选D.

2.由题意可得，不同的选择方式为$4\times3+2=14$种.故选B.

3.当$b=1$时，$c=4$；当$b=2$时，$c=4,5$；当$b=3$时，$c=4,5,6$；当$b=4$时，$c=4,5,6,7$，故共有10个这样的三角形.

故选A.

4.从东边上山共$2\times12=24$种；从西边上山共$3\times12=36$种；从南边上山共$3\times12=36$种；从北边上山共$4\times12=48$种，所以应从北边上山.故选D.

5.若甲先传给乙，则有：甲→乙→甲→乙→甲；甲→乙→甲→丙→甲；甲→乙→丙→乙→甲3种不同的传法.同理甲先传给丙，也有3种不同的传法，所以共有6种不同的传法.

故选A.

6.第一个区域有6种不同的涂色方法，第二个区域有5种不同的涂色方法，第三个区域有4种不同的涂色方法，第四个区域有3种不同的涂色方法，第五个区域有4种不同的涂色方法，第六个区域有3种不同的涂色方法，根据乘法原理得共有$6\times5\times4\times3\times3\times4=4320$种涂法.

故选A.

二、填空题

7.18； 8.$\frac{13}{49}$.

提示：

7.1，2，3中必有某一个数字重复使用2次.第1步，确定谁被使用2次，有3种方法；第2步，把这两个相同的数放在四位数不相邻的两个位置上，也有3种方法；第3步，将余下的2个数放在四位数余下的2个位置上，有2种方法.故共可组成$3\times3\times2=18$个不同的四位数.

8.小王选一所学校实习，一共有7种选法，小张选一所学校实习，一共有7种选法，因为他们选择哪所学校是独立且等可能的，故两人随机选择一所参加实习，共有$7\times7=49$（种）选法.又他们到同一个市参加实习共$1+2\times2+2\times2+2\times2=13$种选法，即他们在同一个市参加实习的概率为$\frac{13}{49}$.

三、解答题

9.解：当公比为2时，等比数列可为1，2，4；2，4，8；当公

❖广告经营许可证号/1400004000044 ❖本报向全国各省（市）级教研员赠报，欢迎来电咨询 ❖随时征订热线 / 0351-3239622 邮政订户服务热线 / 0351-3239623

比为3时,等比数列可为1,3,9;当公比为$\frac{3}{2}$时,等比数列可为4,6,9.

同时,4,2,1和8,4,2;9,3,1;9,6,4也是等比数列,共8个.

10.解:(1)显然对应是一一对应的,即为a_1找象有4种方法,a_2找象有3种方法,a_3找象有2种方法,a_4找象有1种方法,所以不同的f共有4×3×2×1=24个.

(2)0必无原象,1,2,3有无原象不限,所以为A中每一元素找象时都有3种方法,所以不同的f共有3^4=81个.

第38期《堂堂清》参考答案

2 排列、排列数及公式

1.A. 2.C. 3.B. 4.D. 5.C.

6.5. 7.A.

8.3. 9.7. 10.$\frac{719}{720}$.

2 排列的应用问题

1.C. 2.A. 3.D. 4.30. 5.D.

6.24. 7.C.

8.(1)43200种;

(2)2880种.

9.180.

10.若不考虑附加条件,组成的七位数共有A_7^7个,而当2,4,6次序不定时,有A_3^3种排法.当次序一定时,只有其中的一种排法,所以不符合条件的七位数一共有$\frac{A_7^7}{A_3^3}$=840个.

同步分层能力测试题(二)

基础练

一、选择题

1~6.BCABCC.

提示:

1.易知B项不成立,故选B.

2.问题等价于将这$m+n$个同学中新插入的n个同学重新排序,因此所有排列的种数为A_{m+n}^n.故选C.

3.先排5,6方法有A_2^2=2种;将1,2捆绑在一起,方法有A_2^2=2种;将1,2这个整体和3以及4全排列,方法有A_3^3=6种,所以六位数的个数为$A_2^2A_2^2A_3^3$=24个.

故选A.

4.根据题意,最左端只能排甲或乙,可分为两种情况讨论:

①甲在最左端,将剩余的4人全排列,共有A_4^4=24种不同的排法;

②乙在最左端,甲不能在最右端,有3种情况,将剩余的3人全排列,安排在剩余的三个位置上,此时共有$3A_3^3$=18种不同的排法.

由分类计数原理,可得共有24+18=42种不同的排法.

故选B.

5.第一类:无既会划左舷又会划右舷的选法有$C_3^3C_4^3$=4种选法;第二类:只有一名既会划左舷又会划右舷的选法有$C_2^1(C_3^2C_4^3+C_3^3C_4^2)$=2×(3×4+6)=36种选法,∴共有4+36=40种选法.

故选C.

6.由$A_{n-1}^2-n<7$,得$(n-1)(n-2)-n<7$,即$-1<n<5$.又因为$n\in\mathbf{N}_+$且$n-1\geqslant2$,所以n=3,4.

故选C.

二、填空题

7.③; 8.15;6.

提示:

8.15×14×13×12×11×10=A_{15}^6,故n=15,m=6.

三、解答题

9.解:由$\begin{cases}0<11-n\leqslant2n,\\0<2n\leqslant n+4,\\n\in\mathbf{N}_+,\end{cases}$解得$\frac{11}{3}\leqslant n\leqslant4$,$n\in\mathbf{N}_+$,所以$n$=4,

所以原式=$A_8^7+A_8^8$=2×8! =80640.

10.解:(1)选取的两个数,要确定哪一个数在十位,哪一个数在个位,与顺序有关,是排列问题,且有A_5^2=5×4=20个这样的两位数.

(2)只需选出5人即可,与顺序无关,不是排列问题.

(3)选取的4种菜种,与4块不同的地对应,与顺序有关,是排列问题,故有A_8^4=8×7×6×5=1680种不同的种法.

11.证明:左边=$(C_{n+1}^0+C_{n+1}^1)+C_{n+2}^2+\cdots+C_{n+m-1}^{m-1}=(C_{n+2}^1+C_{n+2}^2)+C_{n+3}^3+\cdots+C_{n+m-1}^{m-1}=(C_{n+3}^2+C_{n+3}^3)+C_{n+4}^4+\cdots+C_{n+m-1}^{m-1}=C_{n+4}^3+C_{n+4}^4+\cdots+C_{n+m-1}^{m-1}=C_{n+5}^4+\cdots+C_{n+m-1}^{m-1}=\cdots=C_{n+m-1}^{m-2}+C_{n+m-1}^{m-1}=C_{n+m}^{m-1}$=右边,所以原等式成立,即$C_n^0+C_{n+1}^1+C_{n+2}^2+\cdots+C_{n+m-1}^{m-1}=C_{n+m}^{m-1}$.

12.解:(1)从口袋内取出3个球的取法共有C_9^3=84种.

(2)从口袋内取出3个球,使其中恰有1个黑球的取法共有$C_4^1C_5^2$=40种.

(3)从口袋内取出3个球,使其中至少有1个黑球的取法共有$C_9^3-C_5^3$=74种.

提升练

一、选择题

1~6.ABBBBB.

提示:

3.$A_6^6-A_2^2A_5^5$=720-240=480.

故选A.

2.完成此事分三步进行:(1)学生和王老师捆绑成一个团队,有A_2^2=2种站法;(2)将团队与另外3个老师进行排列,有A_4^4=24种站法;(3)将两位家长插入排好的队中,有A_5^2=20种站法,根据分步计数原理,所以有2×24×20=960种不同的站法.故选B.

3.若0在个位,可组成$C_4^1A_4^3$=96个偶数;若0不在个位,则可组成$C_2^1C_3^1A_4^3$=144个偶数,故可以组成96+144=240个偶数.

故选B.

4.两种情况,一是3本集邮册、1本画册,让一个人拿本画册就行了C_4^1=4种(画册之间没有不同不用再选了,选哪本都是一样的);

另一种情况,2本画册、2本集邮册,只要选两个人拿画册C_4^2=6种(集邮册之间没什么不同不用选,选哪两本都没什么不同).综上共10种.

故选B.

5.分类完成:第1类,若甲在第一道工序,则丙必在第四道工序,其余两道工序无限制,有A_4^2种排法;

第2类,若甲不在第一道工序(此时乙一定在第一道工序),则第四道工序有2种排法,其余两道工序有A_4^2种排法,有$2A_4^2$种排法.

由分类加法计数原理,得共有$A_4^2+2A_4^2$=36种不同的安排方案.

故选B.

6.第一步排语文、英语、化学、生物4种,且化学排在生物前面,有A_4^2=12种排法;第二步将数学和物理插入前4科除最后位置外的4个空挡中的2个,有A_4^2=12种排法,所以不同的排表方法共有12×12=144种.选B.

二、填空题

7.96; 8.2520.

提示:

7.设甲、乙、丙之外的三人为A,B,C,将乙和丙看作一个整体,与A,B,C三人全排列,有$A_2^2A_4^4$=48种,甲只能在两端,甲有2种站法,则共有48×2=96种排法.

8.从7种颜色中任意选择1种,涂在相对的区域内,有7种方法,剩余的6种颜色全部涂在剩余的6个区域内,有6! 种方法.由于图像是轴对称图形,故上述方法正好重复了一次,故不同的涂法有$\frac{7\times6!}{2}$=2520种.

三、解答题

9.证明:因为$\frac{n-1}{n!}=\frac{1}{(n-1)!}-\frac{1}{n!}$,所以$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots+\frac{n-1}{n!}=\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}+\cdots+\frac{1}{(n-1)!}-\frac{1}{n!}=1-\frac{1}{n!}$,即原式得证.

10.解:(1)用插空法.先把4个奇数排好,再将3个偶数分别插入5个空档,故共有$A_5^4C_4^3A_5^3$=28800个不同的七位数.

(2)用捆绑法.先把三个偶数捆绑看成一体,再与4个奇数排5个位置,故共有$A_4^3C_5^4A_5^5$=14400个不同的七位数.

第39期《堂堂清》参考答案

3 组合

1.C 2.D. 3.C. 4.D.

5.C. 6.C.

7.4. 8.5或16.

9.(1)5006;

(2)32;

(3)n^2+n;

(4)$\begin{cases}0\leqslant38-n\leqslant3n,\\0\leqslant3n\leqslant21+n,\end{cases}$即$\begin{cases}\frac{19}{2}\leqslant n\leqslant38,\\0\leqslant n\leqslant\frac{21}{2}.\end{cases}$

∵$n\in\mathbf{N}^*$,∴n=10,

∴$C_{3n}^{38-n}+C_{21+n}^{3n}=C_{30}^{28}+C_{31}^{30}=C_{30}^2+C_{31}^1$=466.

4 简单计数问题

1.C. 2.B. 3.B. 4.A. 5.B.

6.15. 7.50.

8.14656.

9.216.

10.(1)63种不同的去法;(2)540种.

11.(1)240;(2)600.

同步分层能力测试题(三)

基础练

一、选择题

1~6.CAACAC.

提示:

1.$\frac{C_n^2}{A_n^4}=\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{n(n-1)(n-2)(n-3)}=\frac{1}{24}$,∴$(n-2)(n-3)$=12,即$n^2-5n-6=0$,

∴n=6或n=-1(舍).故选C.

2.由题先把5本书中的两本捆起来看作一个元素共有C_5^2=10种可能,这一个元素和其他的三个元素在四个位置全排列共有A_4^4=24种可能,所以不同的分法种数为10×24=240种.故选A.

3.由题意可知,因同色球不加以区分,实际上是一个组合问题.先在7位置中选3个位置排白球,有C_7^3种排法,再从剩余的4个位置中选2个位置排红球,有C_4^2种排法,剩余的2个位置排黄球有C_2^2种排法,所以共有$C_7^3\cdot C_4^2\cdot C_2^2$=210.故选A.

4.第一步:从8所学校选择4所学校参与任务,共有C_8^4=70种选法;第二步:将所选的4所学校安排到三期节目中,共有$C_4^2C_2^1$=12种方法.由分步乘法计数原理可得,不同的安排方法共有70×12=840种.选C.

5.C_7^4=35.

故选A.

6.$A_2^2C_4^1A_4^4$=192.

故选C.

二、填空题

7.7315; 8.12.

提示:

7.原式=$C_4^0+C_4^1+C_5^2+\cdots+C_{21}^{18}=C_5^1+C_5^2+\cdots+C_{21}^{18}=C_{21}^{17}+C_{21}^{18}=C_{22}^{18}=C_{22}^4$=7315.

8.C_6^4-3=12.

三、解答题

9.解:(1)$\frac{m!\ (5-m)!}{5!}-\frac{m!\ (6-m)!}{6!}=\frac{7}{10}\cdot\frac{m!\ (7-m)!}{7!}$,

整理得$m^2-23m+42=0$,解得m=2或m=21.因为$0\leqslant m\leqslant5$,所以m=2,所以$C_8^m=C_8^2$=28.

(2)$(C_{2012}^{2010}+C_{2012}^{2009})\div A_{2013}^3=C_{2013}^{2010}\div A_{2013}^3=C_{2013}^3\div(C_{2013}^3\cdot A_3^3)=\frac{1}{6}$.

10.解:分三个步骤:第一步,先放两个a,它可在9个位置中任选两个a,由于都是一样的a,因此是组合问题,有C_9^2种方法;第二步,再放3个b,它可在剩下的七个位置中,再选三个,同样是组合问题,有C_7^3种方法;第三步,就是4个c的放法,它是唯一的,也可以说是C_4^4种方法.因此,不同的排法共有$C_9^2C_7^3C_4^4$=1260种.

11.解:(1)因为$C_4^2\cdot C_6^3\cdot A_5^5$=14400,所以共有14400种不同的排法.

(2)因为$C_4^2\cdot C_6^3\cdot A_3^3\cdot A_4^2$=8640,所以若选出的2名男同学不相邻,共有8640种不同的排法.

12.解:(1)4个男生捆在一起当作一个整体和其他3人排列,有A_4^4种排法,而该4个男生本身还有A_4^4种排法,故共有$A_4^4\cdot A_4^4$=576种不同的排法.

(2)3个女生两两不相邻,先将4个男生排列,有A_4^4种排法.4个男生之间和两端有5个位置,从中任取3个空将3个女生插入即可,有A_5^3种排法,故共有$A_4^4\cdot A_5^3$=1440种.

(3)先满足甲、乙两人之间的2人,有A_5^2种方法,然后和甲、乙两人共4人捆在一起作为一个整体和其他3人一起排列,有A_4^4种排列;又甲、乙两人还有A_2^2种排法,故共有不同的排法数为$A_5^2\cdot A_4^4\cdot A_2^2$=960种.

提升练

一、选择题

1~6.CCDBBB.

提示:

1.∵$A_3^m-C_3^2+0!$ =4,∴A_3^m=6.当m=2时成立;当m=3时也成立.故选C.

2.由题意可得$x^2+y^2\leqslant4$表示的平面区域内的整点共有13个,其中三点共线的情况有10种,五点共线的情况有2种,所以从13个点中可以构成三角形的个数为$C_{13}^3-10C_3^3-2C_5^3$=286-10-20=256个.故选C.

3.分两类:两个月不投放,另两个月分别投放1种和2种,有$C_3^2A_4^2$种;一个月不投放,另三个月都投放1种,有A_4^3种.

故选D.

4.先选出3个球有C_{10}^3=120种方法,不妨设为1,2,3号球,则1,2,3号盒中能放的球为2,3,1或3,1,2两种.这3个号码放入标号不一致的盒子中有2种不同的方法,故共有120×2=240种方法.

故选B.

5.依题意,满足条件的不同选法的种数为$C_2^2C_7^1+C_2^1C_7^2$=49种.

故选B.

6.4名同学去旅游的所有情况有4^4=256种,恰有一个地方未被选中共有$C_4^1\cdot\frac{C_4^2C_2^1}{A_2^2}\cdot A_3^3$=144种情况,恰有一个地方未被选中的概率$p=\frac{144}{256}=\frac{9}{16}$.选B.

二、填空题

7.16; 8.240种.

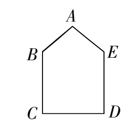
提示:

7.从不同时间的4所高校里选3所,有C_4^3=4种;

从两所时间相同的高校里选出其中1所,有C_2^1种可能,再在其他4所高校里选2所,有C_4^2种,总共有$C_2^1C_4^2$=12种.

综上,不同的报考方法种数为12+4=16.

8.如图,首先A选取一种颜色有4种情况,如果B,E两个顶点颜色相同有3种情况,最后C,D两点有3×2=6种情况;如果B,E两个顶点颜色不同,有A_3^2=6种情况,这时C,D两点有3+2×2=7种情况.综上,有4(3×6+6×7)=240种.



三、解答题

9.解:(1)总的方法数是4^5,因为甲、乙两人在同一工厂实习的安排方法是4^4,所以甲、乙两人不在同一工厂实习的安排方法是4^5-4^4=768.

(2)总的方法数是$C_5^2A_4^4$,甲、乙两人在同一工厂实习的安排方法数是A_4^4,所以甲、乙两人不在同一工厂实习的安排方法数是$C_5^2A_4^4-A_4^4$=216.

10.解:(1)上午测试不同安排方式的种数为A_4^4=24.

(2)不妨设4位同学a,b,c,d上午分别测试了"身高与体重""立定跳远""肺活量""台阶",若d下午测试"握力",则a,b,c有2种方法测试;若d下午不测试"握力",有C_3^1种,则a,b,c选1人测试"握力"有C_3^1种,其余2人有1种方法.

故下午不同安排方式的种数为$2+C_3^1C_3^1$=11,这一天测试不同安排方式的种数为24×11=264.

第40期《堂堂清》参考答案

5.1 二项式定理

1.B. 2.D. 3.B. 4.B.

5.B. 6.A. 7.A. 8.A.

9.甲、丁.

10.(1)8;(2)$-16x^{\frac{3}{2}}$.

11.(1)$\frac{35}{8}$;(2)$T_8=2^8x^7$,$T_9=2^8x^8$.