第40期《堂堂清》参考答案

1.3.1 二项式定理

1.B. 2.D. 3.B. 4.B.

5.B. 6.A. 7.A. 8.A.

9.甲、丁.

10.(1)8;(2)$-16x^{-\frac{3}{2}}$.

11.(1)$\frac{35}{8}$;(2)$T_8=2^8x^7$,$T_9=2^8x^8$.

1.3.2 “杨辉三角”与二项式系数的性质

1.A. 2.C. 3.C.

4.A. 5.A.

6.$2n-1$. 7.6.

8.$T_5=560x^2$.

9.(1)$a=-1$;(2)$80x$和$\frac{40}{x}$.

同步分层能力测试题(四)

基础练

一、选择题

1~6.ADCADB.

提示:

1.根据题意得$C_n^2=C_n^7$,故$C_n^2=C_n^{n-7}$,$\therefore n-7=2$,$\therefore n=9$,故二项展开式的中间项是第5项或第6项.

故选A.

2.$T_6=T_{5+1}=C_8^5x^3\cdot2^5$.

故选D.

3.$(2x+\sqrt{x})^4$展开式的通项为$T_{r+1}=C_4^r(2x)^{4-r}(\sqrt{x})^r=2^{4-r}C_4^rx^{4-\frac{r}{2}}$,令$4-\frac{r}{2}=3$,解得$r=2$.故展开式中$x^3$的系数是$4\cdot C_4^2=24$.故选C.

4.展开式的通项为$T_{r+1}=(-\frac{1}{3})^rC_n^rx^{4n-7r}$,令$4n-7r=0$,据题意此方程有解,$\therefore n=\frac{7r}{4}$,当$r=4$时,$n$最小为7.故选A.

5.二项展开式$x(1+2x)^5$的通项为$xC_5^k\cdot(2x)^k=C_5^k\cdot2^k\cdot x^{k+1}$,令$k+1=3$,得$k=2$.

因此,$x(1+2x)^5$的展开式中x^3的系数为$C_5^2\cdot2^2=40$.故选D.

6.$\because(x^2+x+y)^5=[(x^2+x)+y]^5$,其展开式通项为$C_5^r\cdot(x^2+x)^{5-r}y^r$,由题意可得$r=3$,此时所求项为$C_5^2\cdot(x^2+x)^2y^3=C_5^3\cdot(x^4+2x^3+x^2)y^3$,因此,$(x^2+x+y)^5$的展开式中$x^3y^3$的系数为$2C_5^3=2\times10=20$.故选B.

二、填空题

7.0.991; 8.0或5.

提示:

7.$0.997^3=(1-0.003)^3=1-C_3^1\cdot0.003+C_3^2\cdot0.003^2+C_3^3\cdot0.003^3\approx1-0.009+0.000027=0.991027\approx0.991$.

8.$(x+1)^6$的通项公式$T_{r+1}=C_6^rx^{6-r}=x^3$的系数为$a^2C_6^5-2aC_6^4+C_6^3=20\Rightarrow a^2-5a=0\Rightarrow a=0$,或$a=5$.

三、解答题

9.解:由题意得$\begin{cases}C_5^1(-2x)>C_5^0,\\C_5^1(-2x)\geqslant C_5^2(-2x)^2,\end{cases}$

所以$\begin{cases}x<-\frac{1}{10},\\-\frac{1}{4}\leqslant x\leqslant0,\end{cases}$ 故$-\frac{1}{4}\leqslant x<-\frac{1}{10}$.

$\therefore x$的取值范围是$\{x|-\frac{1}{4}\leqslant x<-\frac{1}{10}\}$.

10.证明:$3^{2n+2}-8n-9=9^{n+1}-8n-9=(1+8)^{n+1}-8n-9=1+C_{n+1}^18+C_{n+1}^28^2+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n+1}-8n-9=C_{n+1}^28^2+C_{n+1}^38^3+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n+1}=8^2\cdot(C_{n+1}^2+8C_{n+1}^3+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n-1})$.

$\because C_{n+1}^2+8C_{n+1}^3+\cdots+C_{n+1}^{n+1}8^{n-1}$是整数,

$\therefore 3^{2n+2}-8n-9$能被64整除.

11.解:(1)第3项的二项式系数为$C_6^2=15$,又$T_3=C_6^2\cdot(2\sqrt{x})^4(-\frac{1}{\sqrt{x}})^2=2^4\cdot C_6^2x$,

所以第3项的系数为$2^4C_6^2=240$.

(2)$T_{k+1}=C_6^k(2\sqrt{x})^{6-k}(-\frac{1}{\sqrt{x}})^k=(-1)^k2^{6-k}C_6^kx^{3-k}$,令$3-k=2$,得$k=1$.

所以含x^2的项为第2项,且$T_2=-192x^2$.

12.解:假设$(x+x^{-1})^n$与$(x+x^{-1})^{n+1}$的展开式中同时存在常数项,且分别为第$r+1$和第$t+1$项,其中$r,t\in\mathbf{N}^*$,则通项为$C_n^rx^{n-r}\cdot x^{-r}$与$C_{n+1}^tx^{n+1-t}\cdot x^{-t}$,于是有$\begin{cases}n-r-r=0,\\n+1-t-t=0,\end{cases}$即$\begin{cases}n=2r,\\n=2t-1,\end{cases}$

$\therefore 2r=2t-1$(*).

$\because n,r,t\in\mathbf{N}^*$,$\therefore 2r$为正偶数,$2t-1$为正奇数,与(*)式矛盾,故$(x+x^{-1})^n$与$(x+x^{-1})^{n+1}$(其中$n\in\mathbf{N}^*$)的展开式中不能同时存在常数项.

提升练

一、选择题

1~6.CBDCDA.

提示:

1.由题设可知展开式中的通项公式为$T_{r+1}=C_{13}^r(-x)^r=(-1)^rC_{13}^rx^r$,其系数为$(-1)^rC_{13}^r$,当$r$为奇数时展开式中项的系数$(-1)^rC_{13}^r$最小,则$r=7$,即第8项的系数最小.故选C.

2.根据题意,在$(2x-\frac{a}{\sqrt[3]{x}})^4$中,令$x=1$,则$(2-a)^4=81$,而$a<0$,故$a=-1$,所以展开式中常数项为$C_4^32^1=8$.故选B.

3.由题意知,$T_{k+1}=C_{10}^k\cdot(\sqrt{x})^{10-k}\cdot(\frac{1}{x})^k=C_{10}^k\cdot x^{\frac{10-k}{2}-k}=C_{10}^k\cdot x^{\frac{10-3k}{2}}$,要使$x$的幂指数是整数,则$10-3k$必须是2的倍数,故当$k=0,2,4,6,8,10$满足条件,即$x$的幂指数是整数的项共有6项.故选D.

4.$1+C_{27}^1+C_{27}^2+C_{27}^{27}=1+27+\frac{27\times26}{2\times1}+1=2+27\times14=2+3\times9\times14$,除以3所得余数为2.

故选C.

5.二项式展开式中,x^2的系数是:$C_2^2+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{11}^2=C_3^3+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{11}^2=C_4^3+C_4^2+\cdots+C_{11}^2=C_{12}^3$,所以$x^2$的系数是$C_{12}^3=220$.

故选D.

6.由题意,二项式$(x+a)^{15}=a_0+a_1(1-x)+a_2(1-x)^2+\cdots+a_{15}(1-x)^{15}$,

又$(x+a)^{15}=-[-(a+1)+(1-x)]^{15}$,所以$-[-(a+1)+(1-x)]^{15}=a_0+a_1(1-x)+a_2(1-x)^2+\cdots+a_{15}(1-x)^{15}$,其中$a>0$,由$a_{13}=-945$,可得$a_{13}=-C_{15}^{13}\cdot[-(a+1)]^2=-945$,即$-105(a+1)^2=-945$,即$(a+1)^2=9$,解得$a=2$.故选A.

二、填空题

7.1;-1; 8.$\frac{1}{2}$.

提示:

7.因为$(1+2x)^{2019}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2019}x^{2019}$,所以令$x=0$,可得$a_0=(1+0)^{2019}=1$;令$x=-\frac{1}{2}$可得,$-\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}-\frac{a_3}{2^3}+\cdots+(-1)^n\frac{a_n}{2^n}+\cdots-\frac{a_{2019}}{2^{2019}}=[1+2\times(-\frac{1}{2})]^{2019}-1=-1$.

8.由于展开式的通项公式是$T_{r+1}=C_5^rx^{5-r}(-\frac{a}{\sqrt{x}})^r=(-a)^rC_5^rx^{5-r-\frac{1}{2}r}$,$r=0,1,2,3,4,5$.令$S=5-\frac{3}{2}r$,显然当$r=0,2,4$时,$S=5-\frac{3}{2}r$是整数,故$m=3$,$n=6$,由古典概型的计算公式可得其概率$P=\frac{m}{n}=\frac{1}{2}$,应填答案$\frac{1}{2}$.

三、解答题

9.解:(1)由$A_n^5=56C_n^7$,得$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)=56\cdot\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}$,即$(n-5)(n-6)=90$,解得$n=15$,或$n=-4$(舍去),$\therefore n=15$.

(2)当$n=15$时,由已知有$(1-2x)^{15}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{15}x^{15}$.

令$x=1$,得$a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=-1$;

令$x=0$,得$a_0=1$,$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=-2$.

10.解:(1)$a_1C_2^0-a_2C_2^1+a_3C_2^2=a_1-2a_1q+a_1q^2=a_1(1-q)^2$;

$a_1C_3^0-a_2C_3^1+a_3C_3^2-a_4C_3^3=a_1-3a_1q+3a_1q^2-a_1q^3=a_1(1-q)^3$.

(2)归纳概括的结论为:若数列$\{a_n\}$是首项为a_1,公比为q的等比数列,则$a_1C_n^0-a_2C_n^1+a_3C_n^2-a_4C_n^3+\cdots+(-1)^na_{n+1}C_n^n=a_1(1-q)^n$,$n\in\mathbf{N}^*$.证明如下:

$a_1C_n^0-a_2C_n^1+a_3C_n^2-a_4C_n^3+\cdots+(-1)^na_{n+1}C_n^n$

$=a_1C_n^0-a_1qC_n^1+a_1q^2C_n^2-a_1q^3C_n^3+\cdots+(-1)^na_1q^nC_n^n$

$=a_1[C_n^0-qC_n^1+q^2C_n^2-q^3C_n^3+\cdots+(-1)^nq^nC_n^n]$

$=a_1(1-q)^n$.

❖印刷/河南鑫泽印刷有限责任公司 地址/郑州市马寨工业园先锋路3号 ❖本报四开四版 ❖订阅/全国各地邮局(所) ❖本期定价 1.25元

学习报® 高中数学
全国教辅类一级报纸
人教A(理科)
选修2-3
2019-2020
第37~40期
教师用报指南
2020年4月1日
http://www.xuexibao.com
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F)

第37期《堂堂清》参考答案

1.1.1 分类加法计数原理

1.C. 2.D. 3.C. 4.A.

5.D. 6.A. 7.9.

8.解:由题意,要使得点在平面直角坐标系中位于第一、二象限内,对于集合M中的元素作为点的横坐标,N中的元素作点的纵坐标,在第一象限的点共有$1\times2=2$个;在第二象限的点共有$1\times2=2$个.由分类加法计数原理可得点的个数为$2+2=4$个.

9.解:分两类,有一条公共边的三角形共有$8\times4=32$个;有两条公共边的三角形共有8个,故共有$32+8=40$(个).

1.1.2 分步乘法计数原理

1.B. 2.C. 3.C. 4.C. 5.A. 6.B. 7.C. 8.D.

9.(1)1024种;(2)5^4种.

10.(1)34种;(2)5040种;(3)431种.

同步分层能力测试题(一)

基础练

一、选择题

1~6.ABACBB.

提示:

1.每位数都有3种可能取法,即共3^4个.

故选A.

2.分步来完成此事.第1张有10种分法;第2张有9种分法;第3张有8种分法,共有$10\times9\times8=720$种分法.故选B.

3.由于每班每项限报1人,故当前面的学生选了某项之后,后面的学生不能再报,由分步乘法计数原理可知共有$4\times3\times2=24$种不同的参赛方法.

故选A.

4.第一步:甲从七张卡片中随机抽出一张,抽到的不同取值为1,2,3,4,共4种情况;第二步:乙从七张卡片中随机抽出一张,抽到的不同取值为1,2,3,4,共4种情况;第三步:丙从七张卡片中随机抽出一张,抽到的不同取值为1,2,3,4,共4种情况.因此,这样组成的三位数的个数为$4\times4\times4=64$.故选C.

5.分两类,第一类,从甲到乙再到丁,共有$2\times3=6$种;第二类,从甲到丙再到丁,共有$4\times2=8$种,根据分类加法计数原理可得,共有$6+8=14$种,故从甲地到丁地共有14条不同的路线.

故选B.

6.因为所有数的和为$\frac{9\times(1+9)}{2}=45$,$\frac{45}{3}=15$,所以每行每列,以及对角线的和都是15.采用列举法:492,357,816;276,951,438;294,753,618;438,951,276;816,357,492;618,753,294;672,159,834;834,159,672.共8种方法.

故选B.

二、填空题

7.216; 8.8.

提示:

7.根据分步乘法计数原理获得冠军的可能性有$6\times6\times6=216$.

8.分两步:第1步,选样式有4种;第2步,选颜色有2种,根据分步乘法计数原理可得共有$4\times2=8$种.

三、解答题

9.解:分两类情况:

幸运之星在甲箱中抽,先确定幸运之星,再在两箱中各确定一名幸运伙伴有$30\times29\times20=17400$种结果;

幸运之星在乙箱中抽,有$20\times19\times30=11400$种结果.

因此共有不同结果$17400+11400=28800$种.

10.解:(1)第1类,从第1个袋子中任取1个黑色小球,有5种不同的取法;第2类,从第2个袋子中任取1个红色小球,有4种不同的取法;第3类,从第3个袋子中任取1个白色小球,有6种不同的取法;第4类,从第4个袋子中任取1个黄色小球,有5种不同的取法.其中,从这4个袋子的任意1个袋子中取1个小球都能独立地完成“任取1个小球”这件事,根据分类加法计数原理,不同的取法共有20种.

(2)由题意知本题是一个分类计数问题,解决问题分成两类,一是可以用综合法证明,有5种不同的选法;一是可以用分析法证明,有9种不同的选法.根据分类加法计数原理知,共有$5+9=14$种不同的选法.

11.解:(1)第1步,涂A有5种;第2步,涂B(与A不同)有4种;第3步,涂C(与A,B不同)有3种;第4步,涂D(与B,C不同可与A同)有3种.

故不同颜色的涂法共有$5\times4\times3\times3=180$种.

(2)不同颜色的涂法共有$5\times4\times3\times3\times3=540$种.

12.解:(1)任取一封信,不论从哪个口袋里取,都能单独完成这件事,因此是两类办法.用分类加法计数原理可知共有$5+4=9$(种).

(2)各取一封信,不论从哪个口袋中取,都不能算完成了这件事,因此应分两个步骤完成.由分步乘法计数原理可知共有$5\times4=20$(种).

(3)第一封信投入邮筒有4种可能,第二封信仍有4种可能……第九封信还有4种可能. 由分步乘法计数原理可知,共有4^9种不同的投法.

提升练

一、选择题

1~6.DBADAA.

提示:

1.小朋友甲不在中间的站法种数为$4\times4\times3\times2\times1=96$.

故选D.

2.由题意可得,不同的选择方式为$4\times3+2=14$种.故选B.

3.当$b=1$时,$c=4$;当$b=2$时,$c=4,5$;当$b=3$时,$c=4,5,6$;当$b=4$时,$c=4,5,6,7$,故共有10个这样的三角形.

故选A.

4.从东边上山共$2\times12=24$种;从西边上山共$3\times12=36$种; 从南边上山共$3\times12=36$种; 从北边上山共$4\times12=48$种,所以应从北边上山.故选D.

5.若甲先传给乙,则有:甲→乙→甲→乙→甲;甲→乙→甲→丙→甲; 甲→乙→丙→乙→甲3种不同的传法.同理甲先传给丙,也有3种不同的传法,所以共有6种不同的传法.

故选A.

6.第一个区域有6种不同的涂色方法,第二个区域有5种不同的涂色方法,第三个区域有4种不同的涂色方法,第四个区域有3种不同的涂色方法, 第五个区域有4种不同的涂色方法,第六个区域有3种不同的涂色方法,根据乘法原理得共有$6\times5\times4\times3\times3\times4=4320$种涂法.

故选A.

二、填空题

7.18; 8.$\frac{13}{49}$.

提示:

7.1,2,3中必有某一个数字重复使用2次.第1步,确定谁被使用2次,有3种方法;第2步,把这两个相同的数放在四位数不相邻的两个位置上,也有3种方法;第3步,将余下的2个数放在四位数余下的2个位置上, 有2种方法.故共可组成$3\times3\times2=18$个不同的四位数.

8.小王选一所学校实习,一共有7种选法,小张选一所学校实习,一共有7种选法,因为他们选择哪所学校是独立且等可能的,故两人随机选择一所参加实习,共有$7\times7=49$(种)选法.又他们到同一个市参加实习共$1+2\times2+2\times2+2\times2=13$种选法,即他们在同一个市参加实习的概率为$\frac{13}{49}$.

三、解答题

9.解:当公比为2时,等比数列可为1,2,4;2,4,8;当公比为3时,等比数列可为1,3,9;当公比为$\frac{3}{2}$时,等比数列可为4,6,9.

同时,4,2,1和8,4,2;9,3,1;9,6,4也是等比数列,共8个.

10.解:(1)显然对应是一一对应的,即为a_1找象有4种方法,a_2找象有3种方法,a_3找象有2种方法,a_4找象有1种方法,所以不同的f共有$4\times3\times2\times1=24$个.

(2)0必无原象,1,2,3有无原象不限,所以为A中每一元素找象时都有3种方法,所以不同的f共有$3^4=81$个.

❖广告经营许可证号/1400004000044 ❖本报向全国各省(市)级教研员赠报,欢迎来电咨询 ❖随时征订热线 / 0351-3239622 邮政订户服务热线 / 0351-3239623

第38期《堂堂清》参考答案

1.2.1 排列、排列数及公式

1.A. 2.C. 3.B. 4.D. 5.C.

6.5. 7.A.

8.3. 9.7. 10.$\frac{719}{720}$.

1.2.1 排列的应用问题

1.C. 2.A. 3.D. 4.30. 5.D.

6.24. 7.C.

8.(1)43200种;

(2)2880种.

9.180.

10.解:先安排第一节的课表,除去语文均可以安排共有A_3^3种;周二的第二节不和第一节相同,也不和周一的第二节相同,共有2种安排方案,第三节和第四节的顺序是确定的;周三的第二节也有2种安排方案,剩余位置的安排方案只有1种,根据计数原理可得$A_3^3\times2\times2\times1=24$种.

同步分层能力测试题(二)

基础练

一、选择题

1~6.BCCDBB.

提示:

1.$\because(x-2)(x-3)(x-4)\cdot\cdots\cdot(x-15)$

$=\frac{(x-2)(x-3)(x-4)\cdot\cdots\cdot(x-15)(x-16)\cdot\cdots\cdot2\times1}{(x-16)\cdot\cdots\cdot2\times1}$

$=\frac{(x-2)!}{(x-16)!}=\frac{(x-2)!}{[(x-2)-14]!}=A_{x-2}^{14}$.故选B.

2.恰有两个空座位相邻,相当于两个空位与第三个空位不相邻,先排三个人,然后插空,从而共$A_3^3A_4^2=72$种排法.故选C.

3.若十万位大于4,则有$3\times A_5^5=360$个;若十万位等于4,当万位大于2时,有$3\times A_4^4=72$个,当万位等于2千位不等于0时有$3\times A_3^3=18$个,当万位等于2千位等于0时有$2\times A_2^2+1=5$个,则一共有360+72+18+5=455个.故选C.

4.由题意知有$A_{10}^3=10\times9\times8=720$种分法.

故选D.

5.先将老师排好,有A_3^3种排法,形成4个空位,将3个学生插入4个空位中,有A_4^3种排法,∴共有$A_3^3\cdot A_4^3=144$种排法.

故选B.

6.第一步排语文,英语,化学,生物4种,且化学排在生物前面,有$A_4^2=12$种排法;第二步将数学和物理插入前4科除最后位置外的4个空挡中的2个,有$A_4^2=12$种排法,所以不同的排表方法共有12×12=144种.故选B.

二、填空题

7.144; 8.3.

提示:

7.单位在周一到周六的六天中安排4人值夜班,每人至少值一天,至多值两天,值两天的必须是相邻的两天.故相邻的有12,34,5,6和12,3,45,6和12,3,4,56和1,23,45,6和1,23,4,56和1,2,34,56,共6种情形,选2名值相邻的2天,剩下2人各值1天,故有$6A_4^2A_2^2=144$种.

8.根据原方程,$x(x\in\mathbf{N}^*)$应满足$\begin{cases}2x+1\geqslant4,\\x\geqslant3,\end{cases}$解得$x\geqslant3$.

根据排列数公式,原方程可化为$(2x+1)\cdot2x\cdot(2x-1)\cdot(2x-2)=140x\cdot(x-1)\cdot(x-2)$,$x\geqslant3$,两边同除以$4x(x-1)$,得$(2x+1)(2x-1)=35(x-2)$,即$4x^2-35x+69=0$,解得$x=3$,或$x=\frac{23}{4}$(因为$x$为整数,故$\frac{23}{4}$应舍去),∴原方程的解为$x=3$.

三、解答题

9.解:由$\begin{cases}0<11-n\leqslant2n,\\0<2n\leqslant n+4,\\n\in\mathbf{N}^*,\end{cases}$解得$\frac{11}{3}\leqslant n\leqslant4$,$n\in\mathbf{N}^*$,所以$n=4$,

所以原式$=A_8^7+A_8^8=2\times8!=80640$.

10.解:(1)甲有5个位置供选择,有5种,其余有$A_6^6=720$,即共有$5A_6^6=3600$种.

(2)先排甲、乙、丙三人,有A_3^3,再把该三人当成一个整体,再加上另四人,相当于5人的全排列,即A_5^5,则共有$A_5^5A_3^3=720$种.

(3)从甲、乙之外的人中选2个人排在甲、乙之间,有A_5^2,甲、乙可以交换有A_2^2,把该四人当成一个整体,再加上另三人,相当于4人的全排列,则共有$A_5^2A_2^2A_4^4=960$种.

11.解:(1)选取的两个数,要确定哪一个数在十位,哪一个数在个位,与顺序有关,是排列问题,且有$A_5^2=5\times4=20$个这样的两位数.

(2)只需选出5人即可,与顺序无关,不是排列问题.

(3)选取的4种菜种,与4块不同的地对应,与顺序有关,是排列问题,故有$A_8^4=8\times7\times6\times5=1680$种不同的种法.

12.解:(1)∵5名同学排成一排,其中甲、乙两人必须排在一起,

∴首先把甲和乙看作一个元素,使得它与另外3个元素排列,

再者甲和乙之间还有一个排列,

共有$A_4^4A_2^2=48$种不同的排法.

(2)先排3位女大学生的排法有$A_5^3=6$种,然后把2位男大学生插空,有$A_4^2=12$种,由分步计数原理可得,共有6×12=72种排法.

提升练

一、选择题

1~6.ABBCDC.

提示:

1.根据排列数的公式,

得$\begin{cases}n-4\geqslant2,\\n\geqslant2,\\n(n-1)=7(n-4)(n-5),\end{cases}$解得$n=7$,或$n=\frac{10}{3}$(不合题意,应舍去).

∴n的值是7.故选A.

2.用捆绑法可求得照片的总数为$A_3^3A_4^4=144$,老党员需要支付的照片费为$\frac{144\times0.5+72\times0.75}{6}=21$元.故选B.

3.当m,n相等时,有1种情况;当m,n不相等时,有$A_6^2=6\times5=30$种情况,但$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$,$\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$,$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$,$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$,重复了8条直线,因此共有1+30-8=23条直线.

故选B.

4.根据题意,六名同学并排站成一排,有A_6^6种情况,其中A,B,C三人顺序固定,按从左到右的顺序站,则不同的排法数为$\frac{A_6^6}{A_3^3}=A_6^3=6\times5\times4=120$.故选C.

5.十位数字为3时,有A_3^2个"伞数";十位数字为4时,有A_3^2个"伞数";十位数字为5时,有A_4^2个"伞数";十位数字为6时,有A_5^2个"伞数".故共有$A_2^2+A_3^2+A_4^2+A_5^2=40$个"伞数".

故选D.

6.把语文和英语看作一个复合元素和数学全排,形成了三个空,把音乐和体育插入到其中两个空中,故有$A_2^2A_2^2\cdot A_3^2=24$种,若第一节排数学,3,4节只能排语文和英语,2,5节只能排音乐和体育,故有$A_2^2A_2^2=4$种,故第一节不排数学,语文和英语相邻,且音乐和体育不相邻,则不同的排课方式有24-4=20种.故选C.

二、填空题

7.72; 8.2520.

提示:

7.第一步:两端排男生共$A_3^2=6$;第二步:2,3位置或4,5位置排两名女生共$C_3^2A_2^2\times2=12$.

由乘法分步原理得不同的排法种数是6×12=72.

8.从7种颜色中任意选择一种,涂在相对的区域内,有7种方法,剩余的6种颜色全部涂在剩余的6个区域内,有6!种方法.由于图象是轴对称图形,故上述方法正好重复了一次,故不同的涂法有$\frac{7\times6!}{2}=2520$种.

三、解答题

9.解:(1)从口袋内取出3个球的取法共有$C_9^3=84$种.

(2)从口袋内取出3个球,使其中恰有1个黑球的取法共有$C_4^1\cdot C_5^2=40$种.

(3)从口袋内取出3个球,使其中至少有1个黑球的取法共有$C_9^3-C_5^3=74$种.

10.解:(1)先排好5个空座位,再把这5人插入5个空座位所形成的6个空位中的5个,故有$A_6^5=720$种坐法.

(2)先把2个空座位排在甲、乙之间,并捆绑在一起看作一个复合元素再和另外3人从8个位置中任选4个,故有$A_2^2A_6^4=3360$种坐法.

(3)甲和乙的顺序只有两种,故甲必须坐在乙的左边的坐法有$\frac{1}{2}A_{10}^5=15120$种.

第39期《堂堂清》参考答案

1.2.2 组合、组合数及公式

1.C 2.D. 3.C. 4.D.

5.C. 6.C.

7.4. 8.5或16.

9.(1)5006;

(2)32;

(3)n^2+n;

(4)$\begin{cases}0\leqslant38-n\leqslant3n,\\0\leqslant3n\leqslant21+n,\end{cases}$即$\begin{cases}\frac{19}{2}\leqslant n\leqslant38,\\0\leqslant n\leqslant\frac{21}{2}.\end{cases}$

$\because n\in\mathbf{N}^*$,∴$n=10$,

∴$C_{3n}^{38-n}+C_{21+n}^{3n}=C_{30}^{28}+C_{31}^{30}=C_{30}^2+C_{31}^1=466$.

1.2.2 组合的应用问题

1.C. 2.B. 3.B. 4.A. 5.B.

6.15. 7.50.

8.14656.

9.216.

10.(1)63种不同的去法;(2)540种.

11.(1)240;(2)600.

同步分层能力测试题(三)

基础练

一、选择题

1~6.CDBDBC.

提示:

1.$\frac{C_n^2}{A_n^4}=\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{n(n-1)(n-2)(n-3)}=\frac{1}{24}$,∴$(n-2)(n-3)=12$,即$n^2-5n-6=0$,∴$n=6$或$n=-1$(舍).故选C.

2.由题意知本题是一个分类计数问题,要得到四个数字的和是偶数,需要分成三种不同的情况:当取得4个偶数时,有$C_4^4=1$种结果;当取得4个奇数时,有$C_5^4=5$种结果;当取得2奇2偶时,有$C_4^2C_5^2=6\times10=60$种结果.

∴共有1+5+60=66种结果.

故选D.

3.由题意,高一的6个班级举行班与班之间篮球单循环赛,则共需要进行比赛的场数为C_6^2;高二的5个班级举行班与班之间篮球单循环赛,则共需要进行比赛的场数为C_5^2;高三的8个班级举行班与班之间篮球单循环赛,则共需要进行比赛的场数为C_8^2.由分类计数原理,可得共需要进行比赛的场数为$C_6^2+C_5^2+C_8^2$.故选B.

4.4个邮筒有一个邮筒投2封信,其他三个邮筒投1封信,所以共有$C_4^1C_5^2\cdot A_3^3=240$.

故选D.

5.因为A,B,C三门由于上课时间相同,至多选一门,因此可分两类:

第一类,A,B,C三门课都不选,有$C_7^3=35$种方案;第二类,A,B,C中选一门,剩余7门课中选两门,有$C_3^1C_7^2=63$种方案.所以根据分类计数原理可知共有35+63=98种方案.故选B.

6.根据题意,分2种情况讨论:如果同学甲选牛,那么同学乙只能选兔、狗和羊中的一种,丙同学可以从剩下的10种中任意选,∴选法有$C_3^1\cdot C_{10}^1$种;

如果同学甲选马,那么同学乙能选牛、兔、狗和羊中的一种,丙同学可以从剩下的10种中任意选,∴选法有$C_4^1\cdot C_{10}^1=40$种,不同的选法共有30+40=70种.故选C.

二、填空题

7.20; 8.12.

提示:

7.因为关掉的三盏灯不是两端的灯,且任意两盏都不相邻,所以可使用插空法解决问题,即先将亮的七盏灯排成一排,因为两端的灯不能熄灭,所以有6个符合条件的空位,所以在6个空位中选取3个位置插入熄灭的3盏灯,即有$C_6^3=20$种.

8.$C_6^4-3=12$.

三、解答题

9.解:(1)原式$=(C_{100}^2+C_{100}^3)\div A_{101}^3=C_{101}^3\div A_{101}^3=\frac{A_{101}^3}{A_3^3}\div A_{101}^3=1\div A_3^3=\frac{1}{6}$.

(2)原式$=C_4^4+C_4^3+C_5^3+\cdots+C_{10}^3=C_5^4+\cdots C_{10}^3=C_6^4+C_6^3+\cdots+C_{10}^3=\cdots=C_{10}^4+C_{10}^3=C_{11}^4=330$.

10.解:分三个步骤:第1步,先放两个a,它可在9个位置中任选2个a,由于都是一样的a,因此,是组合问题,有C_9^2种方法;第2步,再放3个b,它可在剩下的7个位置中,再选3个,同样是组合问题,有C_7^3种方法;第3步,就是4个c的放法,它是唯一的,也可以说是C_4^4种方法.因此,不同的排法共有$C_9^2C_7^3C_4^4=1260$种.

11.解:根据题意,分3步进行分析:

①在3个理科班的学生中任选2人,去检查2个文科班,有$C_3^2A_2^2=6$种情况;

②剩余的1个理科班的学生不能检查本班,只能检查其他的2个理科班,有2种情况;

③将2个文科班学生全排列,安排检查剩下的2个理科班,有$A_2^2=2$种情况,

则不同安排方法的种数6×2×2=24种.

12.解:(1)因为$C_4^2\cdot C_6^3\cdot A_5^5=14400$,所以共有14400种不同的排法.

(2)因为$C_4^2\cdot C_6^3\cdot A_3^3\cdot A_4^2=8640$,所以若选出的2名男同学不相邻,共有8640种不同的排法.

提升练

一、选择题

1~6.CCCCDA.

提示:

1.∵$A_3^m-C_3^2+0!=4$,∴$A_3^m=6$.当$m=2$时成立;当$m=3$时也成立.故选C.

2.由题意可分2步进行分析:第一,先在5人中任选2人,选择北京大学,有$C_5^2=10$种选法;第二,剩下的3人每人有4种不同的选择,共4^3种情况,则有且只有两个人选择北京大学的方案有$10\times4^3=640$种.

故选C.

3.∵五个字母进行全排列共有$A_5^5=120$种结果,字母中包含2个l,∴五个字母进行全排列的结果要除以2,共有60种结果,在这60种结果里有一个是正确的,∴可能出现的错误的种数是60-1=59.

故选C.

4.7名留学归国人员分配到甲、乙两地工作,若甲地至少安排3人,乙地至少安排3人,分两类,第一类,甲地安排3人,乙地安排4人,有$C_7^3=35$种;第二类,甲地安排4人,乙地安排3人,有$C_7^4=35$种,根据分类计数原理可得35+35=70种.

故选C.

5.将两个颜色的球捆绑在一起,再全排列得$C_{n+1}^2\cdot n!=\frac{n}{2}(n+1)!$.故选D.

6.将10个人排成一排,然后从中间形成的9个空中选3个,分别放入一个隔板,即可将10个人分为4个部分,且每部分至少1个人,由此可得每班所选人数的不同情况有$C_9^3=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$种.故选C.

二、填空题

7.36; 8.345.

提示:

7.$C_4^2A_3^3=36$.

8.分两类:(1)甲组中选出1名女生有$C_5^1\cdot C_3^1\cdot C_6^2=225$种选法;(2)甲组选2名男生,乙组选1名男生,1名女生有$C_5^2\cdot C_6^1\cdot C_5^1=120$种选法,故共有345种选法.故答案为345.

三、解答题

9.解:(1)总的方法数是4^5,因为甲、乙两人在同一工厂实习的安排方法是4^4,所以甲、乙两人不在同一工厂实习的安排方法是$4^5-4^4=768$.

(2)总的方法数是$C_5^2A_4^4$,甲、乙两人在同一工厂实习的安排方法数是A_4^4,所以甲、乙两人不在同一工厂实习的安排方法数是$C_5^2A_4^4-A_4^4=216$.

10.解:(1)上午测试不同安排方式的种数为$A_4^4=24$.

(2)不妨设4位同学a,b,c,d上午分别测试了"身高与体重""立定跳远""肺活量""台阶",若d下午测试"握力",则a,b,c有2种方法测试;若d下午不测试"握力",有C_3^1种,则a,b,c选1人测试"握力"有C_3^1种,其余2人有1种方法.

故下午不同安排方式的种数为$2+C_3^1C_3^1=11$,这一天测试不同安排方式的种数为24×11=264.